

# CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO EXPERIMENTAL DE CONCENTRADORES DE TENSÕES CLÁSSICOS EM ESTRUTURAS COM VALIDAÇÃO NUMÉRICA POR ELEMENTOS FINITOS

Leonardo Wissenbach Bustamante <sup>1</sup>, Marcelo Otavio dos Santos <sup>2</sup>

<sup>1</sup>Aluno de Iniciação Científica da Escola de Engenharia Mauá (EEM/CEUN-IMT);

<sup>2</sup>Professor da Escola de Engenharia Mauá (EEM/CEUN-IMT).

**Resumo.** *O objetivo deste trabalho foi estudar o fenômeno de amplificação de tensões nos tipos clássicos de concentradores de tensão em estruturas, com o intuito de comparar os resultados obtidos analiticamente, experimentalmente e numericamente. Para que se pudesse realizar os testes experimentais, foi projetado e construído um dispositivo capaz de solicitar corpos de prova em tração e compressão simples, flexão normal e flexo-torção. As medidas das deformações longitudinais específicas  $\varepsilon$  foram obtidas através de extensômetros elétricos (strain gages) que foram estrategicamente instalados nos corpos de prova. Cálculos analíticos foram realizados com o auxílio de valores teóricos de fatores de concentração de tensão  $K_T$  obtidos na literatura e para o desenvolvimento dos cálculos numéricos foi empregado o método dos elementos finitos através do software ANSYS Workbench. Os resultados experimentais e numéricos obtidos mostraram-se muito próximos quando comparados aos valores teóricos, obtendo erros em sua maioria inferiores a 5%, o que mostra que o dispositivo desenvolvido é uma ótima ferramenta de ensino complementar à teoria vista em sala de aula.*

## Introdução

O objetivo geral deste trabalho foi realizar análises estruturais em diversos corpos de prova fabricados com concentradores de tensões normalmente encontrados em projetos de engenharia como furos, entalhes e rebaixos. Os métodos de análise utilizados foram os métodos analítico, experimental e numérico. Para atender o objetivo geral foi necessário projetar e construir um dispositivo que pudesse ser utilizado para validar conceitos teóricos de Resistência dos Materiais e de concentradores de tensões vistos em sala de aula, aproximando mais a etapa prática no processo de aprendizagem do aluno de engenharia. Para isso, é necessário entender o que são concentradores de tensão e como eles são criados.

No momento em que o engenheiro projeta um furo em um componente, ele estará criando uma descontinuidade geométrica e essa descontinuidade por sua vez, acaba tornando o componente menos resistente. O fenômeno que caracteriza esse enfraquecimento na estrutura chama-se Concentração de Tensões. Um concentrador de tensões, de acordo com PHILPOT(2011) e BEER( 2015), é qualquer tipo de descontinuidade geométrica que acarreta em um pico de tensões. Esse pico de tensões é proveniente da deflexão das linhas de trajetória de tensões, que são linhas paralelas à tensão normal máxima em qualquer lugar.

PHILPOT(2011) explica que linhas de trajetória de tensão, ou linhas de força, podem ser usadas como uma demonstração qualitativa de possíveis pontos de concentração de tensões. Considera-se que linhas que se situam mais próximas das linhas vizinhas são indicadores de concentração de tensões, enquanto que linhas paralelas e espaçadas são uma disposição característica de uma distribuição de tensões homogênea. Na Figura 1 a seguir, considerando o efeito de um carregamento axial, é possível observar a distribuição das linhas de força ao longo do componente.

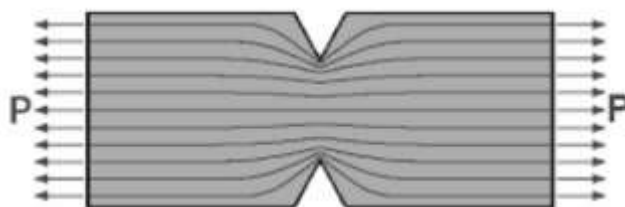


Figura 1 – Linhas de força em componente sob tração. Fonte: MENDONÇA(2016).

Durante o curso de graduação em engenharia, os alunos aprendem que todo material dúctil é caracterizado por um valor de tensão limite (escoamento e ruptura). Isso significa que se o componente estiver sofrendo uma tensão maior do que a que o material que o compõe suporta, o componente iniciará uma deformação no regime plástico (deformação permanente) e, em casos críticos, uma falha ocorrerá.

O objetivo dos engenheiros é impedir que isso aconteça. Eles devem então analisar a tensão máxima que o componente estará sofrendo e se a mesma for menor do que a tensão limite do material, o componente poderá ser fabricado com segurança.

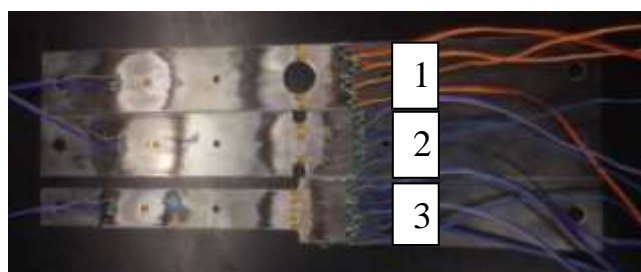
### Material e Métodos

Para atender o objetivo deste trabalho de estudar e analisar os concentradores de tensões clássicos em estruturas, foram fabricados e testados três corpos de prova (CP) feitos de aço SAE 1020, todos eles com 454 mm de comprimento, 50 mm de largura e 3 mm de espessura. O material de trabalho tem como propriedades: módulo de elasticidade ( $E$ ) igual a 210 GPa, coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) de 0,3 e tensão de escoamento ( $\sigma_e$ ) igual 350 MPa.

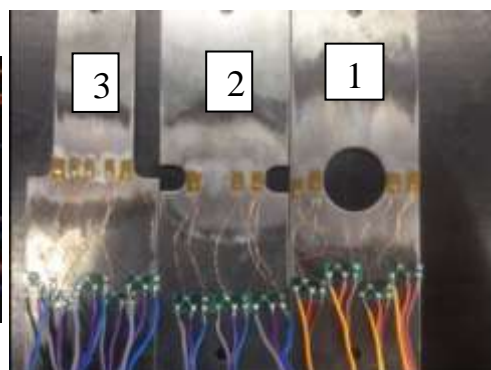
O que diferencia os três corpos de prova estudados é a característica concentradora de tensões localizada em suas respectivas seções médias. Os detalhes de cada característica concentradora de tensões dos corpos de prova são listados abaixo:

- **Corpo de prova 1 (CP1):** Composto por um furo circular de diâmetro 25 mm.
- **Corpo de prova 2 (CP2):** Composto por entalhes laterais de raio 5 mm.
- **Corpo de prova 3 (CP3):** Composto por um rebaixo abrupto da largura de 50 mm para a largura de 30 mm.

Na Figura 2 (a) é possível observar os corpos de prova (CP) de 1 a 3 e identificar as características concentradoras de tensões de cada um deles. Na Fig. 2 (b) é possível verificar os extensômetros já instalados nas proximidades das características que irão gerar a concentração de tensões.



(a)



(b)

Figura 2 – (a) Corpos de prova 1, 2 e 3 já instrumentados para os testes experimentais. (b) Detalhes dos strain gages colados nos corpos de prova.

A Figura 3 mostra o dispositivo projetado e construído neste trabalho. O dispositivo é capaz de ensaiar corpos de prova em tração e compressão simples, flexão normal e flexo-torção, de forma independente, e está instalado no Laboratório de Mecânica dos Sólidos (LMS) do Instituto Mauá de Tecnologia (IMT) em São Caetano do Sul. Para efeito de validação, neste trabalho serão somente apresentados as seguintes solicitações e análises:

- ✓ Tração simples pelos métodos analíticos, numéricos e experimentais nos corpos de prova 1, 2 e 3.
- ✓ Flexão normal pelos métodos numéricos e experimentais apenas no corpo de prova 3.

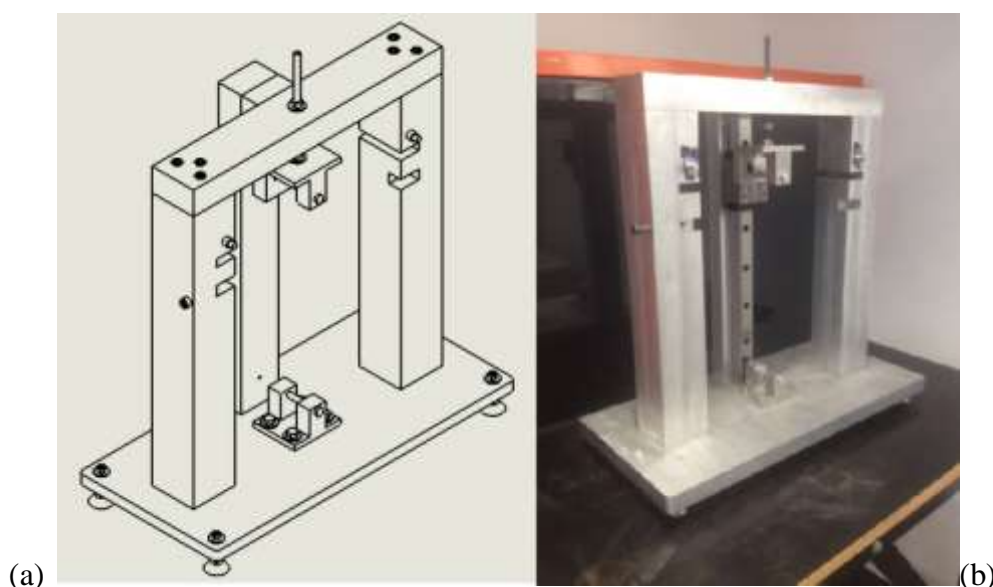


Figura 3 – (a) Representação gráfica do projeto do dispositivo desenvolvido. (b) Foto do dispositivo montado.

Para cada CP analisado, tanto em tração quanto em flexão foram utilizadas duas intensidades diferentes de carga, totalizando 6 ensaios de tração (sendo dois ensaios para cada CP) e 2 ensaios na flexão (dois apenas para o CP3) A Tabela 1 descreve as cargas utilizadas em cada ensaio.

Tabela 1 – Descrição dos ensaios e cargas aplicadas para cada CP ensaiado.

| Tração    | N. de cargas | Carga |     |
|-----------|--------------|-------|-----|
| Ensaio 1) | 1            | 300   | [N] |
| Ensaio 2) | 1            | 500   | [N] |
| Flexão    | N. de cargas | Carga |     |
| Ensaio 1) | 2            | 36,1  | [N] |
| Ensaio 2) | 2            | 45,91 | [N] |

#### Método Analítico

Analiticamente, para se determinar as tensões que ocorrem nos corpos de prova, foi utilizada a teoria de Resistência dos Materiais e tabelas que indicam o fator de concentração de tensões  $K_T$  para cada corpo de prova analisado. Para consulta dos fatores  $K_T$  de concentração de tensões foram utilizadas as referências clássicas sobre projetos mecânicos: Norton (2010) e Shigley (2011). A equação (1) determina a tensão normal  $\sigma$  em MPa a partir

do carregamento  $P$  expresso em Newtons e da área  $A$  da seção transversal da peça, expressa em milímetros quadrados:

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{P}{A} \quad (1)$$

É importante citar que o princípio de Saint–Venant permite analisar diferentes formas de carregamento (aplicação de cargas) de uma mesma maneira, desde que, em uma situação de cargas concentradas, se desconsidere a distribuição das tensões nas regiões próximas ao ponto de aplicação. Desta maneira, à partir da equação (1) pode-se determinar a tensão normal nominal que sofrerá o corpo de prova, porém ainda será necessário considerar o fator de concentração de tensões nas regiões que são objetivo de estudo deste trabalho.

Com o auxílio da literatura, é possível determinar o fator de concentrações de tensões dos corpos de prova a partir de suas geometrias como mostra o gráfico da Figura 4. A partir das dimensões largura e diâmetro do furo central do CP 1 e do gráfico da Figura 4, pode-se determinar que o valor do fator  $K_T$  é igual a 2,2 para este concentrador.

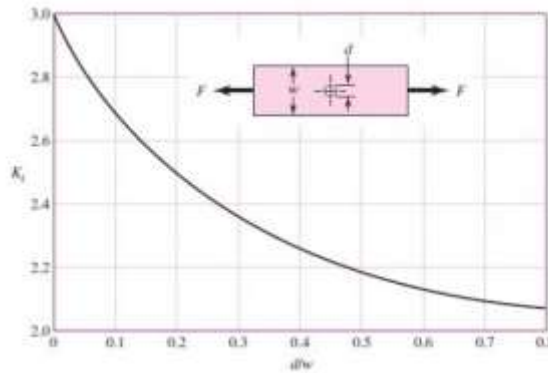


Figura 4 – Exemplo de gráfico de concentração de tensão de placa fina com furo circular central sob tração. Fonte: SHINGLEY(2011).

Desta forma pode-se determinar a tensão máxima na borda do furo central a partir da equação (2):

$$\sigma_{\text{max}} = K_T * \sigma_{\text{nom}} \quad (2)$$

Utilizando como exemplo o ensaio 1 no corpo de prova 1 e substituindo os valores conhecidos, obtém-se:

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{P}{A} = \frac{300 \text{ N}}{75 \text{ mm}^2} = 4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{max}} = K_T * \sigma_{\text{nom}} = 2,2 * 4 \text{ Mpa} = 8,8 \text{ Mpa}$$

Considerando o valor do módulo de elasticidade do aço 1020 igual a 210 GPa, obtém-se o seguinte valor de deformação a partir da Lei de Hooke, para o estado uniaxial de tensões:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (3)$$

$$\varepsilon = \frac{8,8}{210000} = 4,1905 * 10^{-5} = 41,905 \mu\varepsilon$$

## Método Numérico

Os corpos de prova foram modelados no software de desenho SolidWorks e a análise numérica foi realizada utilizando o software de simulação ANSYS Workbench – Mechanical através do Método dos Elementos Finitos (MEF). O tipo de elemento escolhido para a estrutura 3D foi o Hexaedro de 20 nós - elemento de 2ª ordem - (*Hex Dominante*) com elementos de tamanho igual a 3 mm. Para obter mais precisão nas respostas da simulação, foi utilizada a ferramenta de refino de malha nas regiões dos concentradores, onde existiam os maiores gradientes de tensões. O refino reduziu o tamanho dos elementos para 1 mm garantindo assim pelo menos 3 elementos na espessura, condição importante para análise da distribuição de tensões na flexão. Tal refino permitiu melhor precisão nas respostas obtidas. Nestas análises os Cps foram discretizados em cerca de 25.000 nós e 8.000 elementos, com valores que variam ligeiramente entre os corpos de prova.

No ensaio de tração foi utilizado um apoio fixo em uma extremidade de fixação e uma força aplicada na extremidade oposta do corpo de prova. Já nos ensaios de flexão foram aplicadas duas cargas nos furos mais próximos aos concentradores de tensão, uma carga em cada furo, e um apoio em cada furo da extremidade do corpo de prova. Os apoios das extremidades eram livres para rotacionar e fixados nas coordenadas verticais e horizontais. As condições de contorno aplicadas no ANSYS foram as mesmas usadas nos ensaios experimentais.

A seguir, na Figura 5 pode-se observar algumas etapas do processo de modelamento citadas anteriormente:

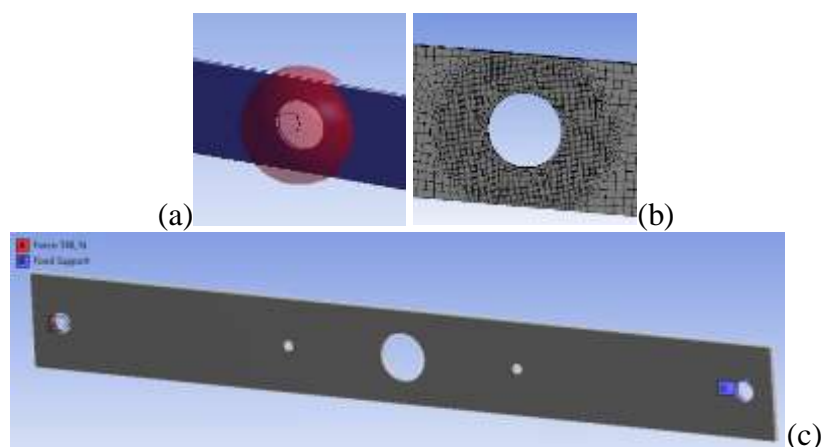


Figura 5 – (a) Etapa de definição do raio da esfera de influencia pela ferramenta de refino da malha do ANSYS. (b) Malha definida e pronta para ser ensaiada. (c) Aplicação de apoios e cargas no teste de tração.

Para determinar o melhor tipo de análise, foram testados elementos de casca e elementos 3D. Como não foi observada uma diferença considerável nos resultados, inferior a 0,5% manteve-se o método mais conveniente, o 3D (Fig. 6).

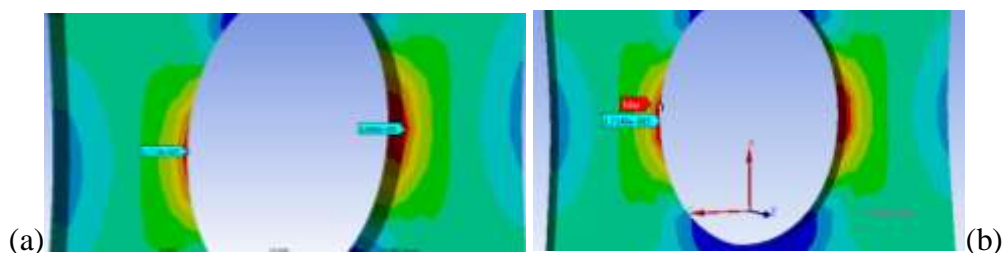


Figura 6 – (a) Ensaio 2 do CP 1 utilizando um elemento 3D. (b) Ensaio 2 do CP 1 utilizando elemento de casca. Ambas as análises indicam uma deformação de  $67 \mu\epsilon$ .

## Método Experimental

O dispositivo projetado e construído neste trabalho é feito de alumínio e tem 620 mm de altura, 650 mm de largura e 300 mm de comprimento. Nos testes de tração e compressão simples a carga aplicada é criada a partir de um parafuso de movimento após a aplicação de um torque por uma chave (Fig. 7a). Nos testes de flexão normal foram utilizados duas cargas livres que são fixadas ao longo do comprimento do corpo de prova (Fig. 8).

Foram utilizados extensômetros elétricos (strain gages) unidirecionais de 3 mm de *grid* da EXCEL sensores para se obter os valores de deformação específica longitudinal ( $\epsilon$ ) criados com a aplicação das cargas, em ambos os ensaios, tanto em tração quanto em flexão.

Extensômetros elétricos são compostos por um fio enrolado em formato de grade pelo qual passa uma corrente. Eles são cuidadosamente colados na superfície lixada e quimicamente tratada do corpo de prova, de maneira que se o corpo de prova se deforma, eles se deformam junto. Existe uma relação direta entre variação da resistência de um extensômetro e a deformação a qual ele está sendo submetido. Após o processo de colagem, os extensômetros são conectados a um equipamento de aquisição de dados que tem a capacidade de determinar tais variações na resistência elétrica e desta maneira, determinar as deformações em cada um deles.

Nos ensaios de tração a carga é aplicada pelo próprio dispositivo, a partir de um parafuso de movimento. É possível determinar a força aplicada “P” em função do torque de aperto da porca com equações da literatura, porém, o torque foi aplicado a partir de uma força humana e desta maneira é impossível obter precisão. Para solucionar tal problema, um extensômetro foi estrategicamente posicionado afastado de qualquer concentrador de tensão, com o objetivo de indicar a força que está sendo aplicada pelo parafuso. Por exemplo, utilizando as equações (1) e (3) citadas acima e um módulo de elasticidade de 210 GPa, foi possível determinar que quando o leitor do equipamento indicar uma deformação de 10  $\mu\epsilon$  no ensaio de tração 1 do corpo de prova 1, a força radial aplicada pelo parafuso será de 300 N.



Figura 7 – (a)Ensaio de tração 1 do corpo de prova 1. (b) Extensômetro do corpo de prova 1 que foi estrategicamente posicionado para determinar a carga aplicada nos ensaios.

Nos ensaios de flexão normal foram utilizadas duas cargas livres fixadas em furos localizados simetricamente em relação ao concentrador de tensões, e a uma distância suficiente para não afetar a concentração de tensões gerada pelo furo central, que é objeto de estudo deste trabalho.



Figura 8 – Ensaio de flexão 1 do corpo de prova 3.

## Resultados e Discussão

Os resultados obtidos nos ensaios de tração simples foram analisados e serão apresentados de duas formas distintas. Primeiro foi feita uma comparação entre o valor teórico (analítico) e numérico das deformações, buscando-se assim comparar os valores máximos de deformações observados. Em seguida foi feita uma comparação entre os valores obtidos experimentalmente pelos *strain gages* e os valores numéricos encontrados em suas respectivas posições, com o intuito de validar os ensaios experimentais. É necessário dividir a apresentação dos resultados de tal forma pois existe uma limitação imposta pelas dimensões dos *strain gages*. Para que fosse possível obter os valores de máxima deformação experimentalmente, seria necessária a utilização de *strain gages* de dimensões menores e que poderiam ser posicionados mais próximos aos concentradores de tensão.

A tabela 2 apresenta os resultados obtidos durante a realização dos ensaios 1 e 2 de tração no corpo de prova 1. É possível observar que os valores comparados são satisfatórios, atingindo um erro de no máximo 3%.

Tabela 2 – Deformações obtidas nos ensaios de tração do corpo de prova 1.

| CP1       |           |          |      |          |              |      |    |
|-----------|-----------|----------|------|----------|--------------|------|----|
| Ensaio 1: | Analítico | Numérico | [μ€] | Numérico | Experimental | [μ€] |    |
|           |           | 41,905   |      | 40,689   | 26,162       |      | 26 |
|           | Erro(%):  | 2,9      |      | Erro(%): | 0,6          |      |    |
| Ensaio 2: | Analítico | Numérico | [μ€] | Numérico | Experimental | [μ€] |    |
|           |           | 69,841   |      | 68,232   | 40,1         |      | 39 |
|           | Erro(%):  | 2,3      |      | Erro(%): | 2,9          |      |    |

A Figura 9(a) apresenta o detalhe da posição de leitura das deformações no ANSYS e a Fig. 9(b) mostra a posição onde os gages foram colados próximos a borda do furo do CP 1. É possível observar que as posições são muito próximas, considerando que a leitura do gage se dá pela média da leitura do seu *grid*.

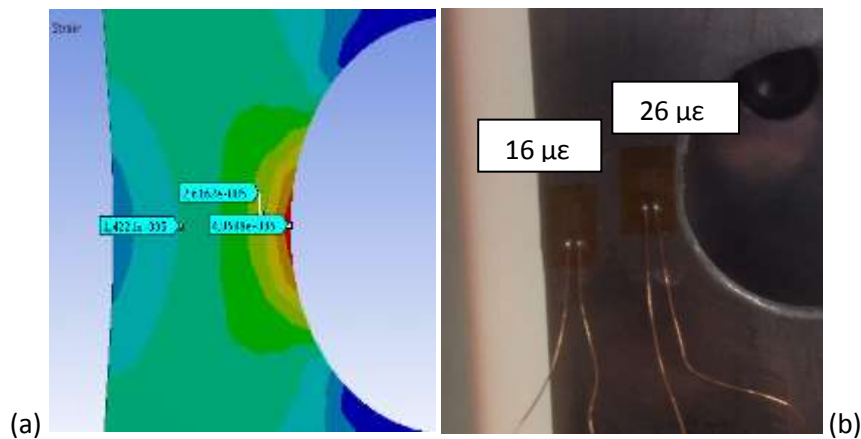


Figura 9 – (a) Resultados do teste numérico 1 de tração do CP 1. Resultados são expressos em valores absolutos de deformação. (b) Resultados do teste experimental 1 de tração do corpo de prova 1. Valores expressos em micro deformações ( $\mu\epsilon$ ).

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos durante a realização dos testes 1 e 2 de tração no corpo de prova 2. É possível observar que os valores se mantiveram próximos do esperado. Observa-se também um erro acima de 10% no teste 2 quando se compara o resultado numérico com o experimental. Este valor elevado pode ser consequência de algum erro no processo de colagem ou posicionamento do *strain gage*.

Tabela 3 – Deformações obtidas nos ensaios de tração do corpo de prova 2.

| CP2      |           |          |                 |          |              |
|----------|-----------|----------|-----------------|----------|--------------|
| Teste 1: | Analitico | Numérico |                 | Numérico | Experimental |
|          | 34,921    | 33,568   | $[\mu\epsilon]$ | 15,449   | 15           |
|          | Erro(%):  | 3,9      |                 | Erro(%): | 2,9          |
| Teste 2: | Analitico | Numérico |                 | Numérico | Experimental |
|          | 58,201    | 57,532   | $[\mu\epsilon]$ | 25,245   | 22           |
|          | Erro(%):  | 1,1      |                 | Erro(%): | 12,9         |

A Figura 10(a) apresenta o detalhe da posição de leitura das deformações no ANSYS e a Fig. 10(b) mostra a posição onde os gages foram colados próximos a borda do entalhe lateral do CP 2. É possível observar que as posição são muito próximas, considerando que a leitura do gage se dá pela média da leitura do seu *grid*.

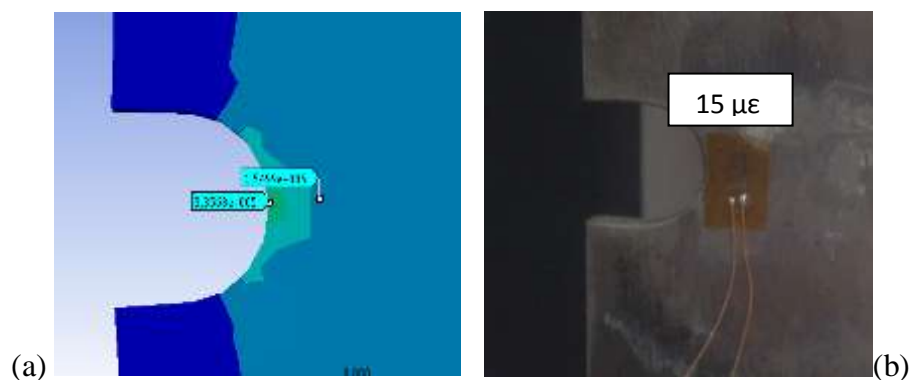


Figura 10 – (a) Resultados do teste numérico 1 de tração do corpo de prova 2. Resultados são expressos em valores absolutos de deformação. (b) Resultados do teste experimental 1 de tração do corpo de prova 2. Valores expressos em micro deformações  $\mu\epsilon$ .

A tabela 4 apresenta os resultados obtidos durante a realização dos testes 1 e 2 de tração no corpo de prova 3. É possível observar que os valores obtidos foram satisfatórios, com ensaios chegando a no máximo 4,8% de erro.

Tabela 4 – Deformações obtidas nos ensaios de tração do corpo de prova 3.

| Cp3      |           |          |                   |          |              |
|----------|-----------|----------|-------------------|----------|--------------|
| Teste 1: | Analítico | Numérico |                   | Numérico | Experimental |
|          | 25,397    | 26,363   | [ $\mu\epsilon$ ] | 21,252   | 21           |
|          | Erro(%):  | 3,8      |                   | Erro(%): | 1,2          |
| Teste 2: | Analítico | Numérico |                   | Numérico | Experimental |
|          | 42,328    | 44,376   | [ $\mu\epsilon$ ] | 35,726   | 35           |
|          | Erro(%):  | 4,8      |                   | Erro(%): | 2,0          |

A Figura 11(a) apresenta o detalhe da posição de leitura das deformações no ANSYS e a Fig. 11(b) mostra a posição onde os gages foram colados próximos a borda do rebaixo do CP 3. É possível observar que as posições são muito próximas, considerando que a leitura do gage se dá pela média da leitura do seu *grid*.



Figura 11 – (a) Resultados do teste numérico 1 de tração do corpo de prova 3. Resultados são expressos em valores absolutos de deformação. (b) Resultados do teste experimental 1 de tração do corpo de prova 3. Valores expressos em micro deformações  $\mu\epsilon$ .

O campo de estudo não englobou o ensaio analítico da flexão, então para a análise dos resultados da flexão normal serão somente comparados as deformações observadas experimentalmente e numericamente, ambas nas posições dos *strain gages*.

A tabela 5 apresenta os resultados obtidos durante a realização dos testes 1 e 2 de flexão no corpo de prova 3. Todos os resultados foram satisfatórios e com erro percentual máximo de 8,6%.

Tabela 5 – Deformações obtidas nos ensaios de flexão do corpo de prova 3

| Cp3      |          |              |  |                   |  |
|----------|----------|--------------|--|-------------------|--|
| Teste 1: | Numérico | Experimental |  |                   |  |
|          | 34,645   | 32           |  | [ $\mu\epsilon$ ] |  |
|          | Erro(%): | 7,6          |  |                   |  |
| Teste 2: | Numérico | Experimental |  |                   |  |
|          | 41,265   | 39           |  | [ $\mu\epsilon$ ] |  |
|          | Erro(%): | 5,5          |  |                   |  |

A Figura 12(a) apresenta o detalhe da posição de leitura das deformações no ANSYS e a Fig. 12(b) mostra a posição onde os gages foram colados próximos a borda do rebaixo do CP 3 durante o ensaio de flexão.

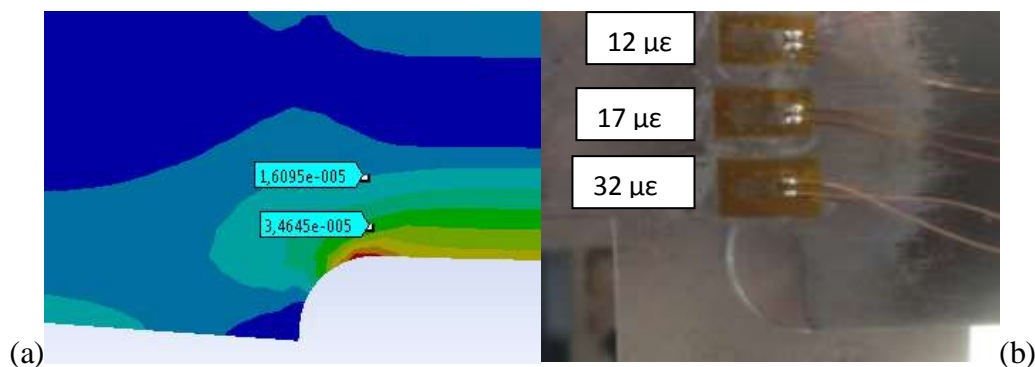


Figura 12 – (a) Resultados do teste numérico 1 de flexão do CP 3. Resultados são expressos em valores absolutos de deformação. (b) Resultados do teste experimental 1 de flexão do CP 3. Valores expressos em micro deformações  $\mu\epsilon$ .

## Conclusões

Após o desenvolvimento deste trabalho foi possível concluir que:

- ✓ O dispositivo projetado e construído mostrou-se uma ótima ferramenta complementar para o ensino e aprendizagem dos fenômenos da Resistência dos Materiais básica e dos concentradores de tensões em estruturas.
- ✓ Os valores analíticos, numéricos e experimentais mantiveram-se extremamente próximos, conforme esperado, obtendo erros na ordem de 2% e 3% na sua grande maioria.
- ✓ O uso da extensometria elétrica é extremamente importante para a validação dos resultados obtidos pelo método dos elementos finitos principalmente para o caso de estruturas e solicitações complexas.

## Referencias Bibliográficas

- Beer, Johnston, DeWolf, Mazurek. Mecânica dos Materiais. New York: McGraw-Hill, 2015.
- Budynas, R. G. Shigley's Mechanical Engineering Design. New York: McGraw-Hill, 2011.
- Dally, J. W., Riley W. F.. Experimental Stress Analysis. New York: McGraw-Hill, 1991.
- Dove R. C., Paul H. A.. Experimental Stress Analysis and Motion Measurement. Ohio: Charles E. Merrill Books, 1964.
- Mendonça, E. M.. Análise de concentração de tensões e fadiga em uma junta soldada. Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2016.
- Norton, R. L. Machine Design An Integrated Approach 4ed. New Jersey: Prentice Hall, 2010.
- Pereira C. P. M.. Mecânica dos Materiais Avançada. Rio de Janeiro: Interciência
- Philpot, T. A. Mecânica dos Materiais. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
- Pilkey, Walter D. Peterson's Stress Concentration Factors. New York: John Wiley, 1997.