

# MODELAGEM DA DINÂMICA VEICULAR PARA AVALIAÇÃO DE CONFORTO

João Lucas Matias Rodrigues <sup>1</sup>; Fernando Malvezzi <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Aluno de Iniciação Científica da Escola de Engenharia Mauá (EEM/CEUN-IMT);

<sup>2</sup> Professor da Escola de Engenharia Mauá (EEM/CEUN-IMT).

**Resumo.** O conforto em veículos automotivos é um dos principais fatores que influenciam a experiência do usuário. Nas últimas décadas, houve uma crescente nos investimentos em pesquisas voltadas à modelagem e análise de conforto, envolvendo aspectos térmicos, acústicos, vibracionais e ergonômicos. Modelos matemáticos e computacionais que representam o comportamento dinâmico do veículo e a interação entre o veículo e os ocupantes têm sido empregados para a avaliação de parâmetros da suspensão a qual é determinante no conforto veicular. Neste contexto, este trabalho tem como objetivo avaliar a adequação de modelos matemáticos da dinâmica veicular na análise do conforto em veículos automotores, desenvolvendo e comparando um modelo de meio veículo com 2 graus de liberdade (GdL), um modelo com 4 GdL e um modelo completo. Os resultados obtidos contribuem para futuras pesquisas na área de dinâmica veicular, permitindo compreender em quais cenários tais modelos são adequados para a análise do conforto veicular, bem como suas limitações, fornecendo subsídios para o desenvolvimento de sistemas automotivos mais eficientes e centrados no conforto do usuário.

## Introdução

De acordo com a Organização Mundial da Saúde, longos períodos de exposição a vibrações e posturas inadequadas durante a condução podem impactar negativamente a saúde dos condutores e passageiros, contribuindo para dores lombares, fadiga muscular e até distúrbios do sono (WHO, 2021). Nas últimas décadas, diversas iniciativas têm sido propostas para melhorar o conforto em veículos, abrangendo desde o desenvolvimento de assentos ergonomicamente projetados, até a implementação de sistemas avançados de suspensão ativa e adaptativa. Esses sistemas são capazes de reduzir significativamente as vibrações transmitidas pelo solo, garantindo maior estabilidade e diminuindo a sensação de desconforto em terrenos irregulares (Paddan and Griffin, 2002). O conforto veicular pode ser analisado sob diferentes dimensões, como o conforto dinâmico (associado a acelerações e vibrações), o conforto acústico (relacionado à redução de ruídos internos) e o conforto térmico (envolvendo a climatização interna). Neste trabalho, será abordado a análise do conforto dinâmico.

O conforto dos ocupantes de um veículo é fortemente influenciado pelos parâmetros da suspensão, como a rigidez das molas e o coeficiente de amortecimento dos amortecedores. A definição adequada desses parâmetros exige uma modelagem precisa da dinâmica veicular, o que representa um desafio, especialmente devido à complexidade dos comportamentos envolvidos. Para análise do conforto veicular, diferentes modelos matemáticos são comumente utilizados, como os modelos de  $\frac{1}{4}$  de carro (Yang, 2025, Zare 2023),  $\frac{1}{2}$  carro (Li, 2025) e veículo completo (Yildirim e Esen, 2020). Muitos desses modelos são linearizados e bastante simplificados, apesar do comportamento dinâmico do veículo não ser linear, devido à sua facilidade de implementação e interpretação dos fenômenos envolvidos. No entanto, a crescente disponibilidade de recursos computacionais tem levado ao uso de modelos completos e não lineares (*nonlinear full-vehicle model*), tanto na academia quanto na indústria, frequentemente por meio de programas comerciais, como o ADAMS e o CarSim. Esses programas permitem simular o comportamento dinâmico do veículo considerando efeitos detalhados de

componentes que normalmente são negligenciados nos modelos simplificados. Entretanto, exigem um grande volume de parâmetros do veículo e não fornecem explicitamente as equações diferenciais do movimento utilizadas nas simulações. Por sua vez, os modelos simplificados promovem compreensão física limitada da dinâmica veicular, mas podem ser essenciais para o projeto de controladores de suspensões ativas e semiativas.

Diante desse cenário, este trabalho de iniciação científica tem como objetivo avaliar a adequação dos principais modelos da dinâmica veicular para a análise do conforto de um veículo automotor. Para isso, são desenvolvidos e comparados modelos de meio veículo com 2 e 4 graus de liberdade (GdL), além de um modelo completo de veículo.

## Material e Métodos

As etapas da metodologia para alcançar os objetivos desta pesquisa são: modelagem da dinâmica veicular, elaboração de algoritmos e simulação numérica do comportamento dinâmico do veículo a partir dos modelos desenvolvidos. Um modelo matemático de  $\frac{1}{2}$  carro com 2 GdL é modelado e seus resultados são comparados com aqueles gerados com o modelo de um carro completo, implementado no programa comercial para simulação da dinâmica veicular CarSim, que utiliza um sistema multicorpos com 16 graus de liberdade e 32 corpos. Por fim, um modelo de  $\frac{1}{2}$  carro com 4 GdL é modelado e colocado em comparação com os modelos anteriores a fim de se determinar qual o modelo mais apropriado para uma determinada finalidade.

Os resultados foram analisados com base nas séries temporais de deslocamento e aceleração da massa suspensa (carroceria onde os passageiros são transportados), considerando o veículo trafegando em velocidade constante sobre um pavimento que simula irregularidades da via por meio de um perfil senoidal. Essa abordagem possibilita uma avaliação criteriosa das condições em que cada modelo se mostra mais adequado.

A Figura 1 apresenta o fluxograma das etapas da metodologia desta pesquisa.

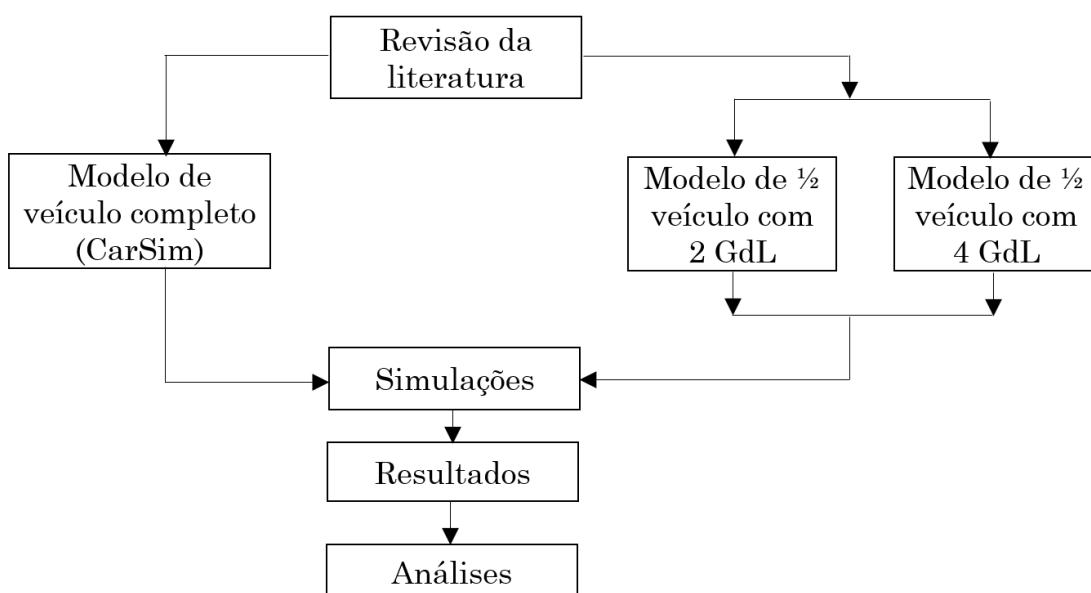


Figura 1 – Fluxograma da metodologia da pesquisa.

## *Parâmetros do Veículo*

O veículo empregado nas simulações com os três modelos para avaliação de conforto representa uma ambulância, cujos parâmetros são compatíveis com o veículo Sprinter 415 CDI 7,5 m<sup>3</sup> da Mercedes-Benz adaptado para uso como ambulância, amplamente utilizado para transporte de pacientes no Brasil. A escolha de uma ambulância como veículo de referência se justifica porque pacientes transportados nesse tipo de veículo estão sujeitos a vibrações induzidas pelas irregularidades da via, as quais podem agravar seu estado clínico. No contexto brasileiro, é comum a utilização de ambulâncias obtidas a partir da adaptação de veículos originalmente destinados ao transporte de carga, como vans ou furgões, que apresentam maior massa e menores níveis de conforto em comparação a automóveis de passeio. Ademais, o trabalho de Marques *et al.* (2020) avaliou os níveis de aceleração aos quais um paciente pode estar exposto durante o transporte em ambulâncias, reforçando a pertinência da escolha desse tipo de veículo na presente análise.

Os parâmetros da ambulância empregados nas simulações com os três modelos estão listados na Tabela 1 (Marques *et al.*, 2020 e Malvezzi *et al.*, 2021).

Tabela 1 – Parâmetros do veículo utilizados nas simulações.

Nomenclatura	Dimensões	Unidades
Massa suspensa	2600	Kg
Momento de inércia baricentral	4173.8	Kg·m <sup>2</sup>
Distância entre o baricentro e o eixo dianteiro	1,415	m
Distância entre o baricentro e o eixo traseiro	1,835	m
Massa não suspensa dianteira (por roda)	75	Kg
Massa não suspensa traseira (por roda)	50	Kg
Rigidez vertical da suspensão dianteira (por roda)	198000	N/m
Rigidez vertical da suspensão traseira (por roda)	130000	N/m
Amortecimento vertical das suspensões (por roda)	12500	N·s/m
Rigidez vertical de cada pneu	250000	N/m

## *Modelos Matemáticos*

A Figura 1 mostra os 2 graus de liberdade do primeiro modelo, que são: o deslocamento vertical do centro de massa do veículo e o ângulo de inclinação da massa suspensa (arfagem), enquanto a figura 2 mostra os 4 graus de liberdade do segundo modelo (acréscimo dos deslocamentos verticais das rodas dianteira e traseira). A análise dinâmica do veículo se deu pelo estudo do movimento ao longo de uma pista senoidal com 3 lombadas sucessivas de altura igual a 0,1 m e comprimento total de 19,5 m, a uma velocidade de entrada de 30 km/h, introduzindo, desta maneira, uma reação de salto e inclinação do veículo.

Algumas hipóteses foram aplicadas com a finalidade de simplificar e linearizar o modelo matemático. Essas hipóteses são: molas e amortecedores da suspensão possuem comportamento linear, os pneus são modelados como molas e amortecedores (nesse caso, pneu

possui rigidez vertical e amortecimento desprezível) com comportamento linear e por fim, o deslocamento angular em torno do eixo transversal Z é pequeno, de modo que são válidas as aproximações  $\sin\theta \approx \theta$  e  $\cos\theta \approx 1$ .

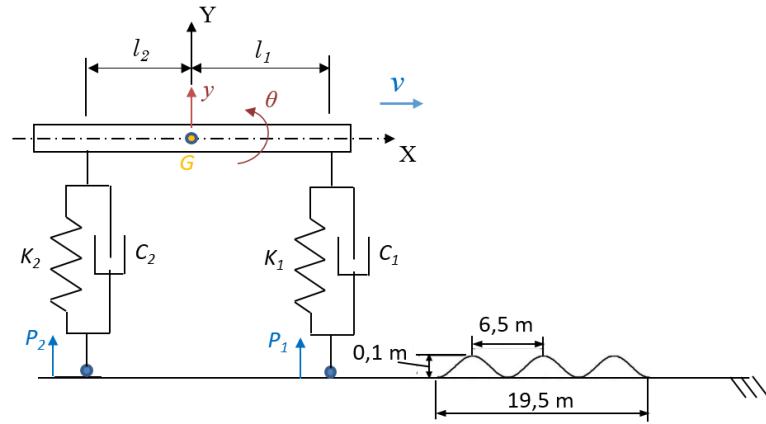


Figura 2 - Modelo dinâmico de ½ carro com 2-GdL.

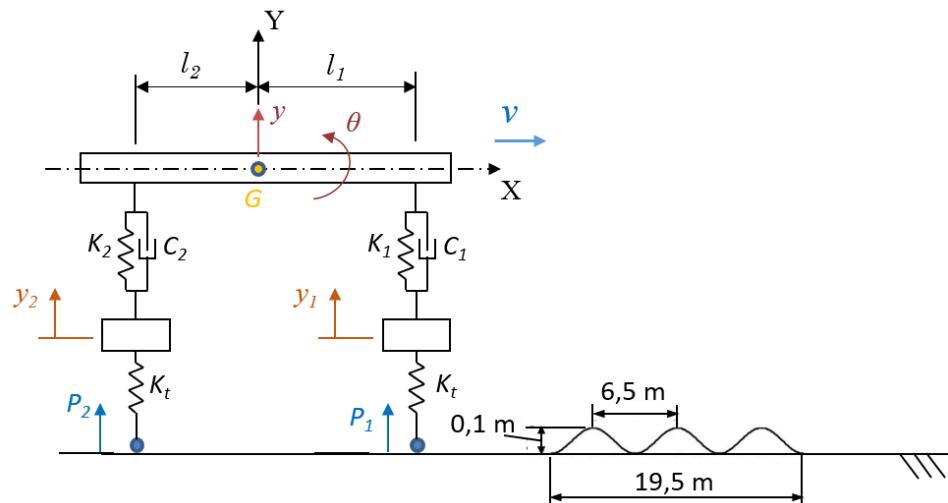


Figura 3 - Modelo dinâmico de ½ carro com 4-GdL.

As equações de movimento dos sistemas de 2 GdL e 4 GdL foram deduzidas a partir da aplicação do formalismo de Lagrange, conforme equação (1).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad i = 1 \dots n \quad (1)$$

Sendo  $T$  e  $V$  as energias cinética e potencial, respectivamente, e  $R$  a função de dissipação. Cada coordenada generalizada é representada por  $q_i$ , sendo  $n$  o número de graus de liberdade do sistema.

Para o sistema de 2GdL, as energias cinética e potencial e a função de dissipação são determinadas a partir das equações (2), (3) e (4), respectivamente. As duas coordenadas generalizadas são o deslocamento vertical  $y$  e o ângulo  $\theta$ .

$$T = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} K_1 [(y + l_1 \theta) - P_1]^2 + \frac{1}{2} K_2 [(y - l_2 \theta) - P_2]^2 \quad (3)$$

$$R = \frac{1}{2} C_1 [(\dot{y} + l_1 \dot{\theta}) - \dot{P}_1]^2 + \frac{1}{2} C_2 [(\dot{y} - l_2 \dot{\theta}) - \dot{P}_2]^2 \quad (4)$$

A partir da aplicação das equações de (1) a (4), foram obtidas as duas equações do movimento do veículo para o modelo com 2 GdL.

$$m \ddot{y} + K_1(y + l_1 \theta - P_1) + K_2(y - l_2 \theta - P_2) + C_1(\dot{y} + l_1 \dot{\theta} - \dot{P}_1) + C_2(\dot{y} - l_2 \dot{\theta} - \dot{P}_2) = 0 \quad (5)$$

$$J \ddot{\theta} + K_1(l_1 \theta + y - P_1)l_1 - K_2(-l_2 \theta + y - P_2)l_2 + C_1(l_1 \dot{\theta} + \dot{y} - \dot{P}_1)l_1 - C_2(-l_2 \dot{\theta} + \dot{y} - \dot{P}_2)l_2 = 0 \quad (6)$$

De modo análogo, as energias cinética e potencial e a função de dissipação para o sistema de 4GdL são determinadas a partir das equações (7), (8) e (9), respectivamente. As quatro coordenadas generalizadas são o deslocamento vertical  $y$ , o ângulo  $\theta$  e os deslocamentos verticais das rodas dianteira e traseira,  $y_1$  e  $y_2$ , respectivamente.

$$T = \frac{m \dot{y}^2}{2} + \frac{J \dot{\theta}^2}{2} + \frac{m_2 \dot{y}_2^2}{2} + \frac{m_1 \dot{y}_1^2}{2} \quad (7)$$

$$V = \frac{K_2}{2}(y - y_2 - \theta l_2)^2 + \frac{K_1}{2}(y - y_1 + \theta l_1)^2 + \frac{K_t}{2}(y_2 - P_2)^2 + \frac{K_t}{2}(y_1 - P_1)^2 \quad (8)$$

$$R = \frac{C_2}{2}(\dot{y} - \dot{y}_2 - \dot{\theta} l_2)^2 + \frac{C_1}{2}(\dot{y} - \dot{y}_1 + \dot{\theta} l_1)^2 \quad (9)$$

As quatro equações do movimento do veículo para o modelo com 4 GdL foram obtidas a partir da aplicação das equações (1), (7) - (9).

$$m \ddot{y} + K_2(y - y_2 - \theta l_2) + K_1(y - y_1 + \theta l_1) + C_2(\dot{y} - \dot{y}_2 - \dot{\theta} l_2) + C_1(\dot{y} - \dot{y}_1 + \dot{\theta} l_1) = 0 \quad (10)$$

$$J \ddot{\theta} - K_2(y - y_2 - \theta l_2)l_2 + K_1(y - y_1 + \theta l_1)l_1 - C_2(\dot{y} - \dot{y}_2 - \dot{\theta} l_2)l_2 + C_1(\dot{y} - \dot{y}_1 + \dot{\theta} l_1)l_1 = 0 \quad (11)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + K_2(y_2 - y + \theta l_2) + K_t(y_2 - P_2) + C_2(\dot{y}_2 - \dot{y} + \dot{\theta} l_2) = 0 \quad (12)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 + K_1(y_1 - y - \theta l_1) + K_t(y_1 - P_1) + C_1(\dot{y}_1 - \dot{y} - \dot{\theta} l_1) = 0 \quad (13)$$

É relevante destacar que, nas equações (2), (5), (6), (7), (10) e (11),  $m$  e  $J$  correspondem, respectivamente, à metade dos valores da massa suspensa e do momento de inércia apresentados na Tabela 1, uma vez que se referem a modelos de  $\frac{1}{2}$  veículo.

As soluções das equações do movimento do veículo, tanto para o modelo com 2 GdL quanto para o de 4 GdL, foram obtidas com a função ode45 do MATLAB, que utiliza o método de Runge–Kutta de Dormand–Prince (ordens 4 e 5) e ajusta automaticamente o passo de integração ao longo da solução.

## Resultados e Discussão

Analizando as reações causadas no veículo trafegando sobre o piso irregular, com velocidade de 30 km/h, foi possível obter dados a partir das equações diferenciais. Os resultados foram comparados com os da simulação do CarSim.

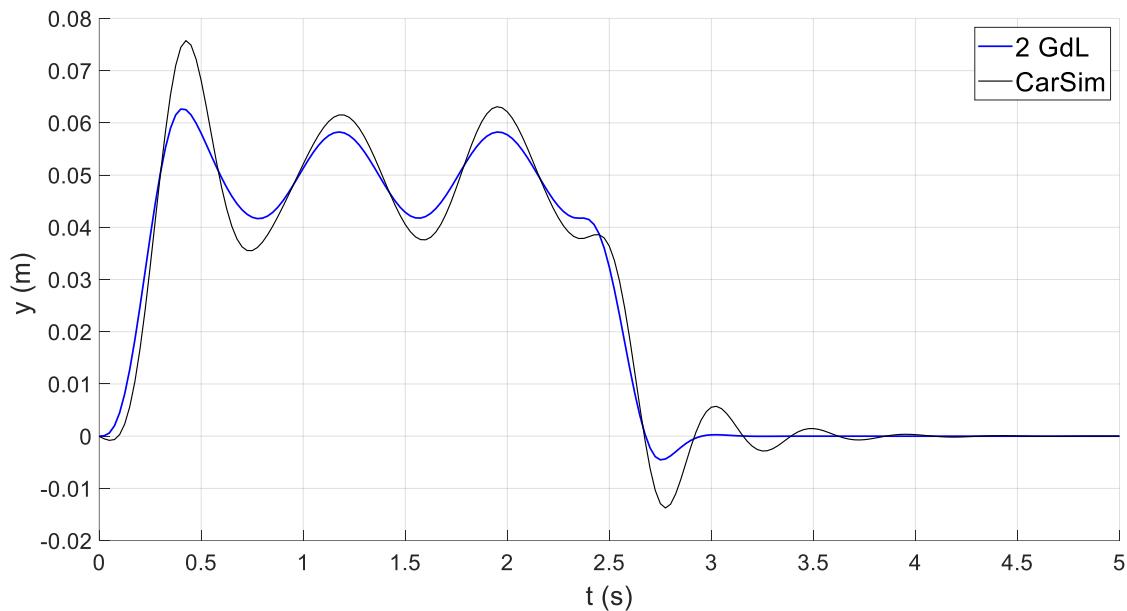


Gráfico 1 – Deslocamento vertical no modelo 2 GdL x CarSim.

No gráfico 1, observa-se que a carroceria é representada como uma massa única que oscila sobre o conjunto mola–amortecedor. O primeiro pico de  $y_G$  corresponde à passagem do eixo dianteiro pelo obstáculo, quando a força na suspensão dianteira aumenta rapidamente e força o centro de gravidade para cima. Em seguida, surgem novos picos associados à passagem do eixo traseiro e às oscilações livres da massa suspensa.

Comparado ao Carsim, o modelo 2 GdL é representativo, pois reproduz a tendência geral do comportamento gerado com o modelo de veículo completo, embora apresente discrepâncias nas amplitudes dos picos.

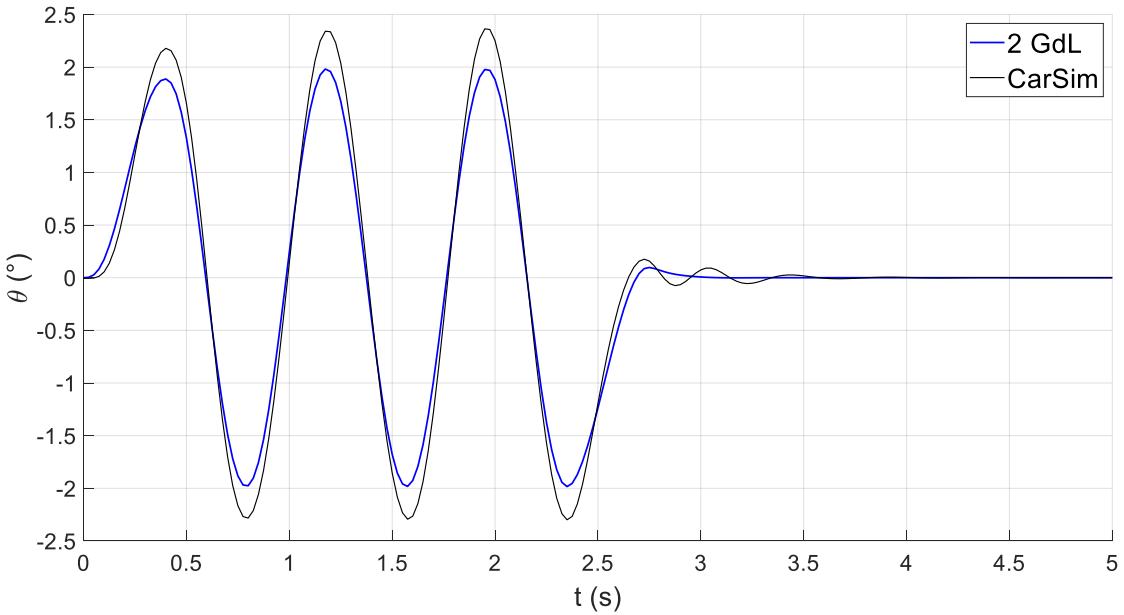


Gráfico 2 – Deslocamento angular no modelo 2 GdL x CarSim.

No gráfico 2, quando o eixo dianteiro encontra o obstáculo, a força resultante atua à frente do centro de gravidade e gera um momento que faz a carroceria girar, já na passagem do eixo traseiro, o sentido do momento se inverte, produzindo picos alternados de rotação.

Comparado ao Carsim, novamente o modelo 2 GdL é representativo, porém, com discrepâncias nas amplitudes dos picos.

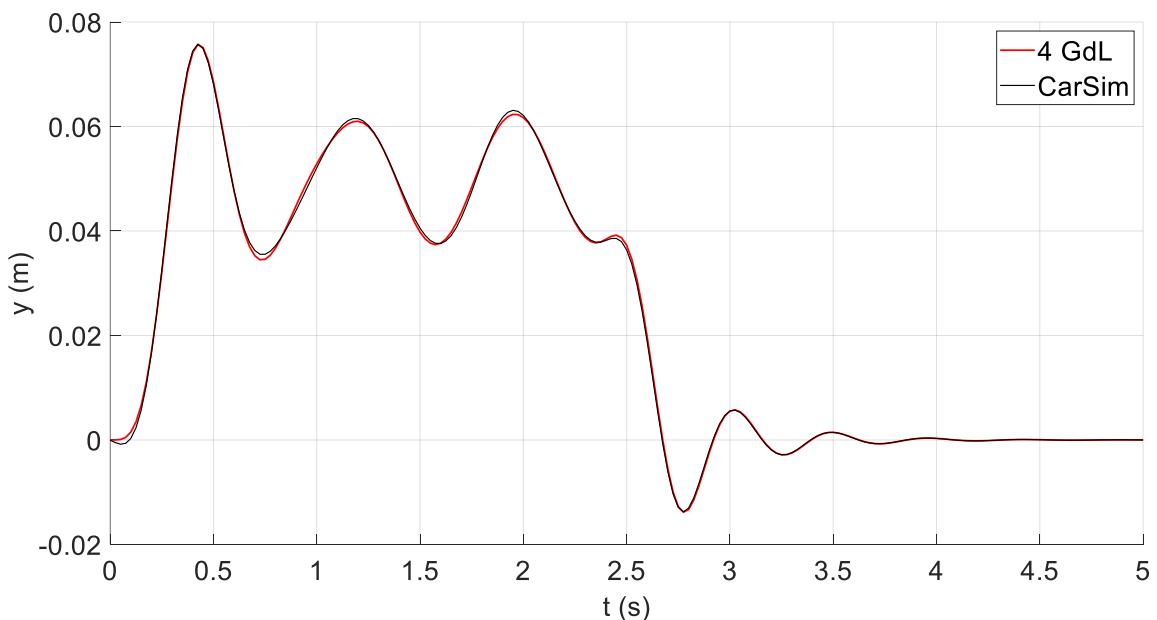


Gráfico 3 – Deslocamento vertical no modelo 4 GdL x CarSim.

No Gráfico 3, observa-se uma aderência ainda maior do modelo de 4 GdL em relação ao CarSim, especialmente na região dos primeiros picos. Isso ocorre porque, além da massa suspensa, o modelo passa a considerar o efeito das massas não suspensas com graus de liberdade independentes.

Do ponto de vista físico, o impacto do obstáculo é inicialmente absorvido pela deformação do pneu e, em seguida, transmitido à carroceria por meio das molas e amortecedores. Essa cadeia pneu–suspensão–carroceria é representada de maneira mais precisa, o que permite descrever melhor o papel da suspensão na atenuação das forças que são transmitidas à carroceria do veículo.

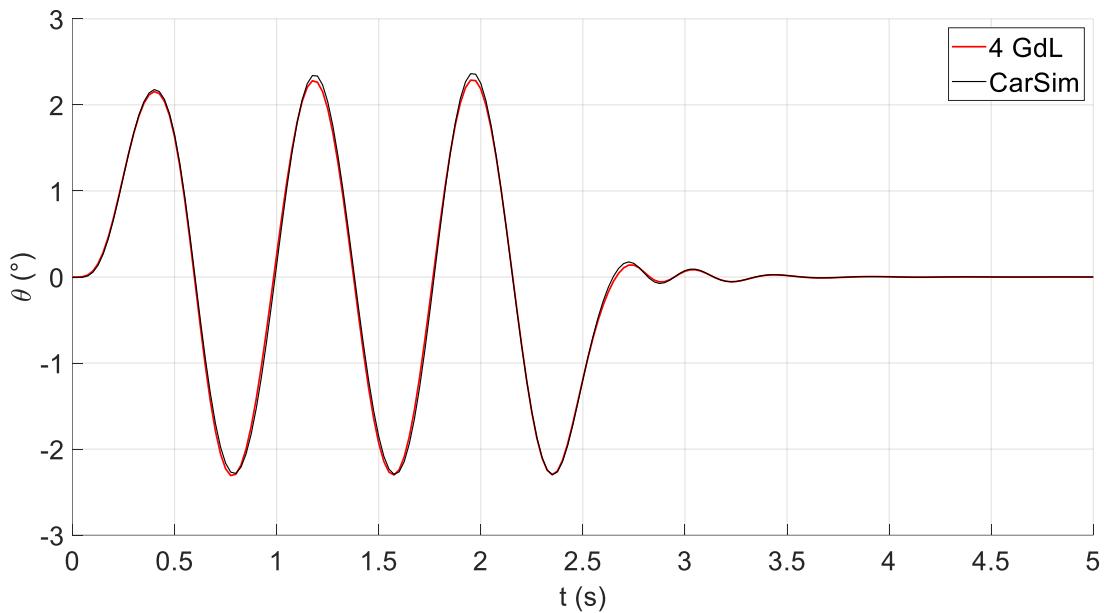


Gráfico 4 – Deslocamento angular no modelo 4 GdL x CarSim.

No gráfico 4, fica evidente que a inclusão dos graus de liberdade das rodas melhora significativamente a representação do momento em torno do centro de gravidade. O modelo passa a captar com maior acurácia a transferência de carga entre os eixos dianteiro e traseiro à medida que cada roda sobe e desce o obstáculo em instantes diferentes, resultando em amplitudes e fases muito próximas das observadas no modelo veicular completo.

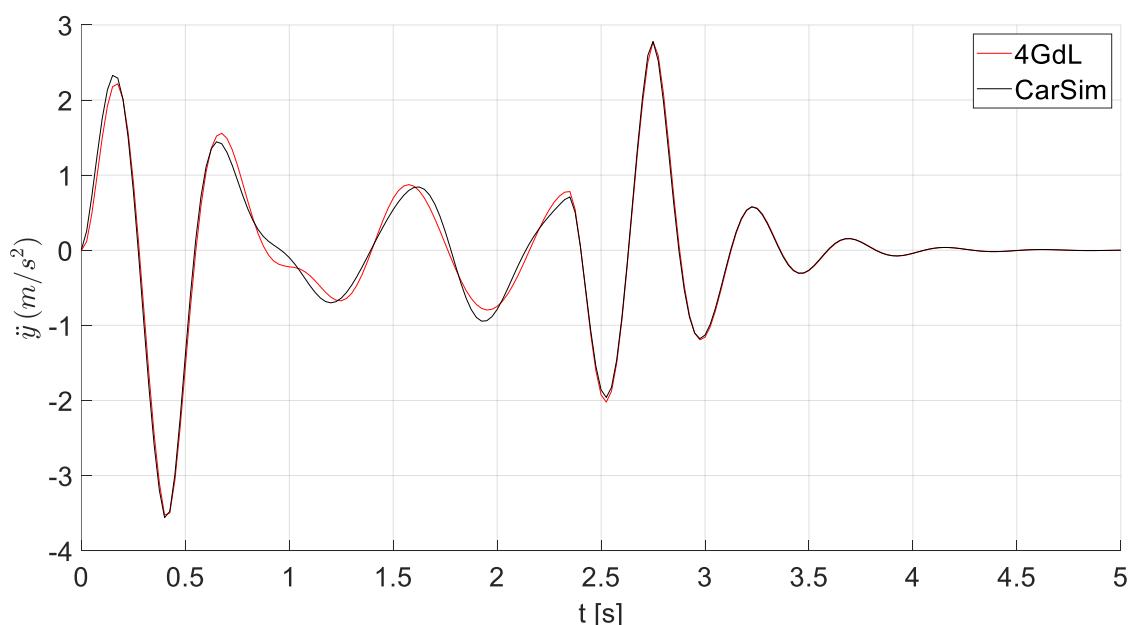


Gráfico 5 – Aceleração vertical no modelo 4 GdL x CarSim.

No Gráfico 5, observa-se também uma boa correspondência entre os valores da aceleração vertical do baricentro obtidos pelo modelo de 4 GdL e pelo modelo completo, com alguma divergência localizada no intervalo entre 0,65 s e 2,35 s. A aceleração corresponde à segunda derivada temporal do deslocamento e, por isso, apresenta alta sensibilidade a pequenas variações de deslocamento e velocidade.

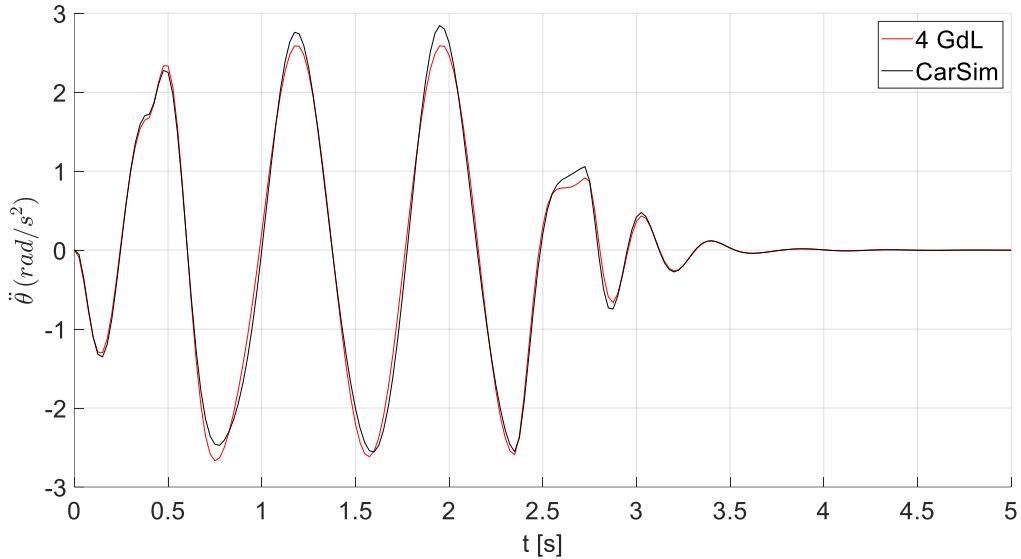


Gráfico 6 – Aceleração angular no modelo 4 GdL x CarSim.

No Gráfico 6, a resposta da aceleração angular obtida pelo modelo de 4 GdL é próxima à do CarSim, embora apresente discrepâncias nas amplitudes dos picos. Ressalta-se que a aceleração angular, por ser uma grandeza de segunda derivada no domínio do tempo, é extremamente sensível a pequenas diferenças de deslocamento e velocidade.

## Conclusões

Após a comparação entre os modelos de 2 e 4 graus de liberdade com o CarSim, notou-se que ambos podem representar de maneira consistente a dinâmica vertical da carroceria durante a transposição de obstáculos, exibindo boa concordância nos deslocamentos e nas acelerações, lineares e angulares.

O modelo de 4 GdL, por incluir explicitamente as massas não suspensas, descreve de forma mais completa o percurso físico das forças da pista até a carroceria e, por esse motivo, tende a reproduzir com maior fidelidade os deslocamentos e as acelerações do veículo. Assim, o estudo evidencia um equilíbrio clássico em dinâmica veicular: o modelo de 4 GdL é fisicamente mais completo, enquanto o de 2 GdL, embora mais simplificado, mostra-se adequado para descrever o comportamento dinâmico da carroceria.

Apesar de não reproduzirem todos os detalhes do modelo completo do CarSim, os modelos reduzidos de 2 GdL e 4 GdL são fundamentais por fornecerem compreensão física da dinâmica veicular e equações diferenciais explícitas do movimento, essenciais no projeto de controladores para sistemas veiculares ativos.

Trabalhos futuros devem considerar a aplicação e a avaliação dos modelos de 2 GdL e 4 GdL desenvolvidos neste estudo em cenários envolvendo outros tipos de pavimentos, permitindo uma análise mais abrangente do desempenho vibratório e do conforto veicular.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao Instituto Mauá de Tecnologia pelo suporte financeiro, por meio da bolsa de Iniciação Científica do aluno no ano de 2025.

## Referências Bibliográficas

- Joshi, O. P.; Jadhav, T. A.; Pawar, P. R.; Saraf, M. R. (2015). Investigating Effect of Road Roughness and Vehicle Speed on the Dynamic Response of the seven degrees-of-freedom Vehicle Model by using Artificial Road Profile. *International Journal of Current Engineering and Technology*, **5**, 2596-2602.
- Li, D., Zhao, Y., Lin, F. et al. (2025). Adaptive backstepping fast terminal sliding mode control for nonlinear uncertain active suspension system with mechanical elastic wheel. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **47**, 87.
- Malvezzi, F.; Orsino, R. M. M.; Stavropoulos, K. D. (2021). Parameter optimization for a vibration attenuation system on ambulance stretchers. *Vibroengineering PROCEDIA*, **37**, 36–41.
- Marques, L.; Malvezzi, F.; Stavropoulos, K. D. (2020). Analysis of movements and degrees of freedom required for a vibration attenuation system on ambulance stretchers, *Vibroengineering PROCEDIA*, **32**, 81–86.
- Paddan, G. S.; Griffin, M. J. (2002). Effect of seating on exposures to whole-body vibration in vehicles. *Journal of Sound and Vibration*, 253(1), 215–241.
- WORLD HEALTH ORGANIZATION. (2021). Occupational health: vibration and ergonomics in vehicle operation. Geneva: WHO, 2021.
- Yang, Y., Liu, C., Lai, S.K., et al. (2025). Frequency-dependent equivalent impedance analysis for optimizing vehicle inertial suspensions. *Nonlinear Dynamics*, **113**, 9373–9398.
- Yildirim, E.; Esen, I. (2020). Dynamic behavior and force analysis of the full vehicle model using newmark average acceleration method. *Engineering, Technology and Applied Science Research*, **10**(1), 5330-5339.
- Zare, H., Jalili, M.M. & Fazel, M.R. Multiobjective optimization for semi-active electromagnetic vehicle suspensions. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. **45**, 419.